INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Název materiálu	26 KVADRATICKÁ FUNKCE – speciální případy
Identifikátor	CZ.1.07/1.5.00/34.0597
Předmět	Matematika
Ročník	1.
Obor, Kód	Podnikání, 64-41-L/01 Všechny maturitní obory vzdělávání
Anotace	Tato prezentace slouží k seznámení žáků s definicí a tvarem rovnice speciálních případů kvadratické funkce, jejich grafy a vlastnostmi, jak v rovině teoretické, tak na příkladech.
Autor	PaedDr. Marta Gühlová
Jazyk	čeština
Očekávaný výstup	Pochopení pojmu speciální případ kvadratické funkce, znalost grafů funkcí a vlastností funkcí.
Klíčová slova	Ryze kvadratická funkce, Kvadratická funkce bez absolutního členu, Kvadratická funkce bez lineárního členu, Kvadratická funkce ve tvaru čtverce.
Druh výukového zdroje	prezentace
Typ interakce	kombinované
Cílová skupina	žák
Stupeň a typ vzdělávání	střední odborné
Věková skupina	15 a více
Datum vytvoření	28. 2. 2013

KVADRATICKÉ ROVNICE – SPECIÁLNÍ PŘÍPADY

ÚVOD

Obecná kvadratická funkce $y = ax^2 + bx + c$ obsahuje tři koeficienty a, b, c.

Pouze koeficient kvadratického členu (a) nesmí být roven nule.

Zbylé dva koeficienty mohou být nulové a poskytují tak několik možností pro speciální případy kvadratické funkce

PŘEHLED SPECIÁLNÍCH PŘÍPADŮ KVADRATICKÉ FUNKCE

1) $y = ax^2$ $(b = c = 0)$ RYZE KVADRATICKÁ FUNKCE
2) $y = ax^2 + c$ $(b = 0)$ KVADRATICKÁ FUNKCE BEZ LINEÁRNÍHO ČLENU
3) $y = ax^2 + bx$ $(c = 0)$ KVADRATICKÁ FUNKCE BEZ ABSOLUTNÍHO ČLENU
4) $y = (x + q)^2$ KVADRATICKÁ FUNKCE VE TVARU ČTVERCE

RYZE KVADRATICKÁ FUNKCE

Je funkce o rovnici $y = ax^2$

Vrchol ryze kvadratické funkce je vždy v počátku soustavy souřadnic (protože b = 0).

Pro a > 0 je funkce konvexní, pro a < 0 je konkávní.

Df = R.

Hf = $\langle 0; \infty)$ - pro konvexní funkci nebo $(-\infty ; 0\rangle$ - pro konkávní funkci.

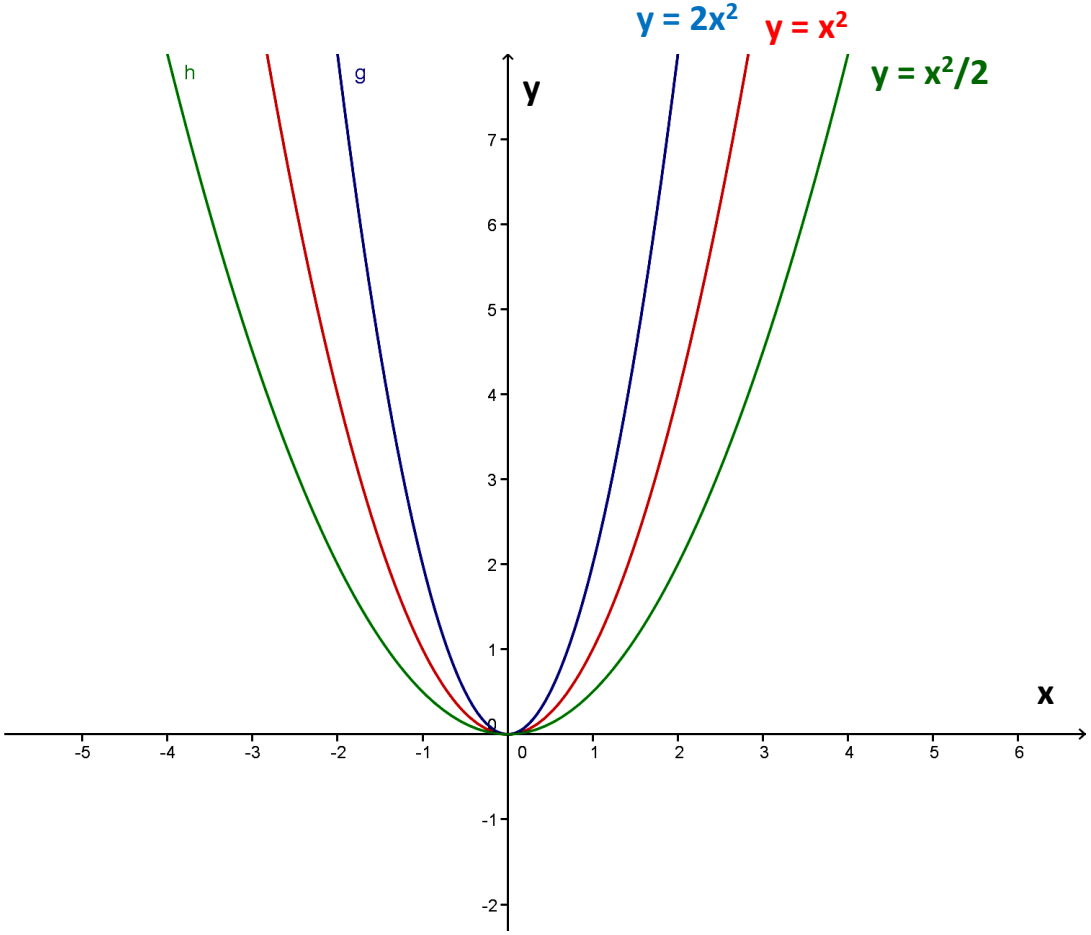
PŘÍKLAD

Do jednoho obrázku sestrojte grafy funkcí:

$y = x^2$; $y = 2x^2$; $y = x^2/2$

Odhadněte, jak ovlivní koeficient a graf funkce.

$y = x^2$; $y = 2x^2$; $y = x^2/2$



Všechny vlastnosti funkcí jsou stejné. Jediné v čem se funkce liší je jakási „šířka“ křivky

Čím větší je koeficient a, tím „užší“ křivka je.

KVADRATICKÁ FUNKCE BEZ LINEÁRNÍHO ČLENU

Je funkce o rovnici $y = ax^2 + c$

Vrchol kvadratické funkce bez lineárního členu leží vždy na ose y.
Jeho souřadnice jsou [0; c]

Pro a > 0 je funkce konvexní, pro a < 0 je konkávní.

Df = R.

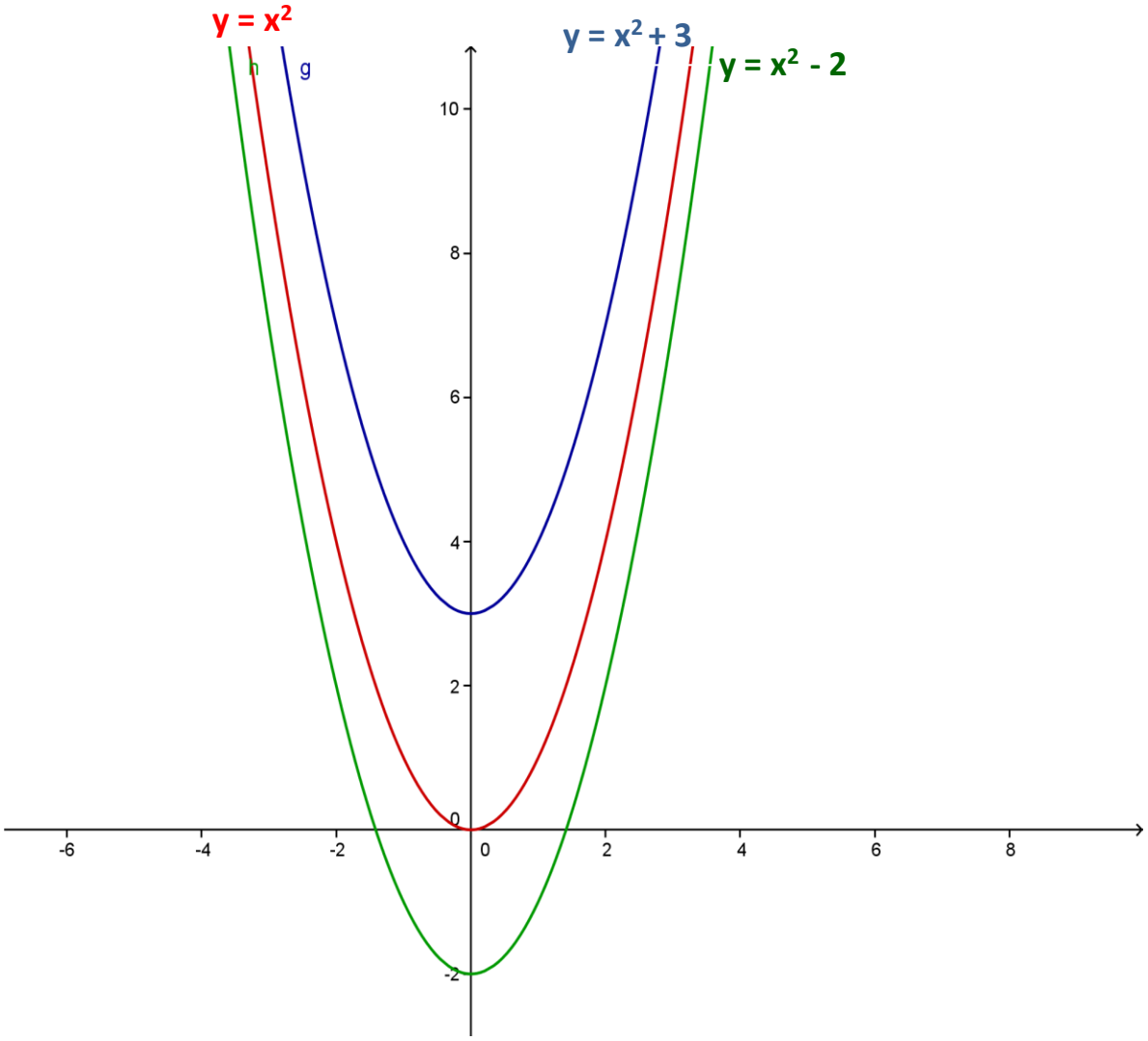
Hf = $\langle c; \infty)$ - pro konvexní funkci nebo $(-\infty ; c\rangle$ - pro konkávní funkci.

PŘÍKLAD

Do jednoho obrázku sestrojte grafy funkcí:

$y = x^2$, $y = x^2 + 3$, $y = x^2 - 2$

Odhadněte, jak ovlivní koeficient c graf funkce $y = ax^2 + c$.



Z grafů je vidět, že graf funkce $y = ax^2 + c$ získáme tak, že graf funkce $y = ax^2$ posuneme o hodnotu c ve směru osy y

KVADRATICKÁ FUNKCE BEZ ABSOLUTNÍHO ČLENU

Je funkce o rovnici $y = ax^2 + bx$

Pro tuto funkci jsou charakteristické průsečíky s osou x.

Dosadíme-li za y nulu, můžeme jednoduše řešit získanou rovnici vytknutím:

$ax^2 + bx = 0$

$x \cdot (ax + b) = 0$

$x = 0$ nebo $x = -b/a$

Tato parabola tedy protíná osu x vždy ve dvou bodech, přičemž jeden z nich je vždy počátek soustavy souřadnic a druhý má souřadnice [-b/a ; 0]

Pro a > 0 je funkce konvexní, pro a < 0 je konkávní.

Df = R.

PŘÍKLAD

Sestrojte graf funkce $y = 2x^2 – 4x$

Funkce $y = 2x^2 - 4x$

Určíme souřadnice vrcholu:

$V = [\ 1; y_0\ ] = [\ 1; -2\ ]$

Určíme souřadnice průsečíků s osou x :

$0 = 2x^2 - 4x$

$0 = 2x\ (\ x - 2\ )$

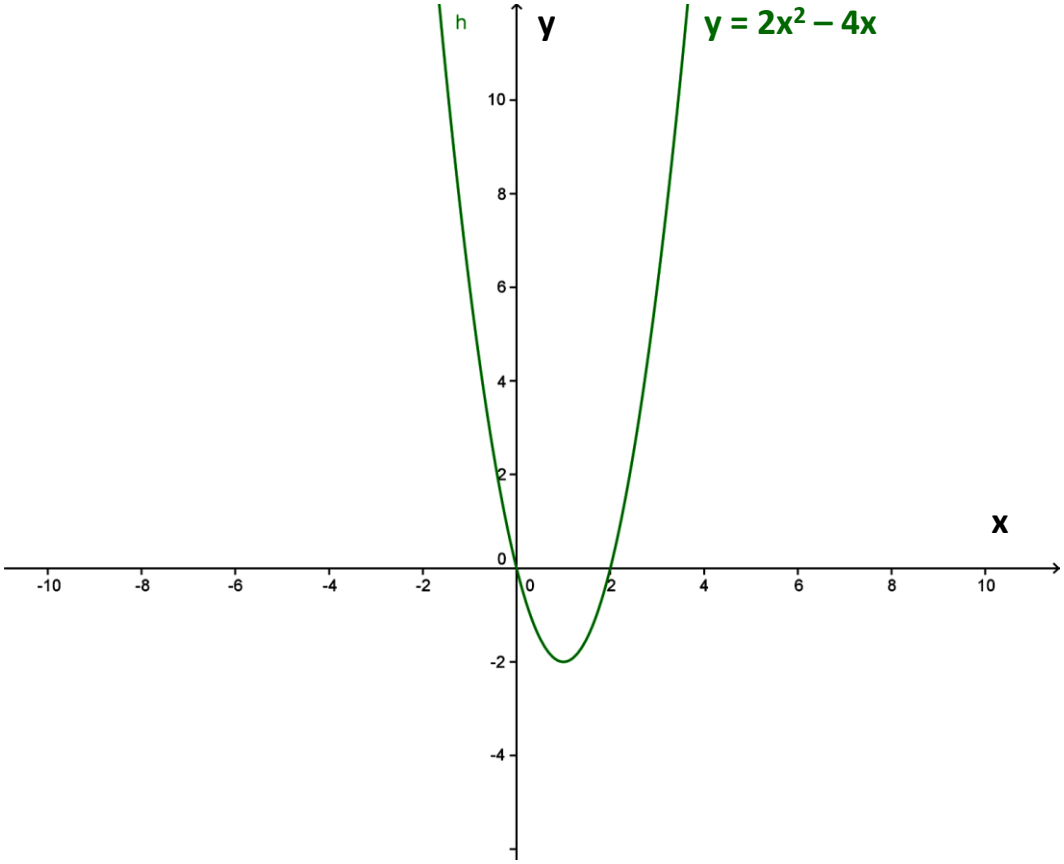
$x = 0 \ \vee \ x = 2$

$P_x = [\ 0; 0\ ]$ a $[\ 2; 0\ ]$

Sestavíme tabulku:

x	-2	-1	0	1	2
y	16	6	0	-1	0

Sestrojíme graf:



KVADRATICKÁ FUNKCE VE TVARU ČTVERCE

Jde o funkci $y = (x + q)^2$

Vlastnosti této funkce odvodíme z následujících grafů

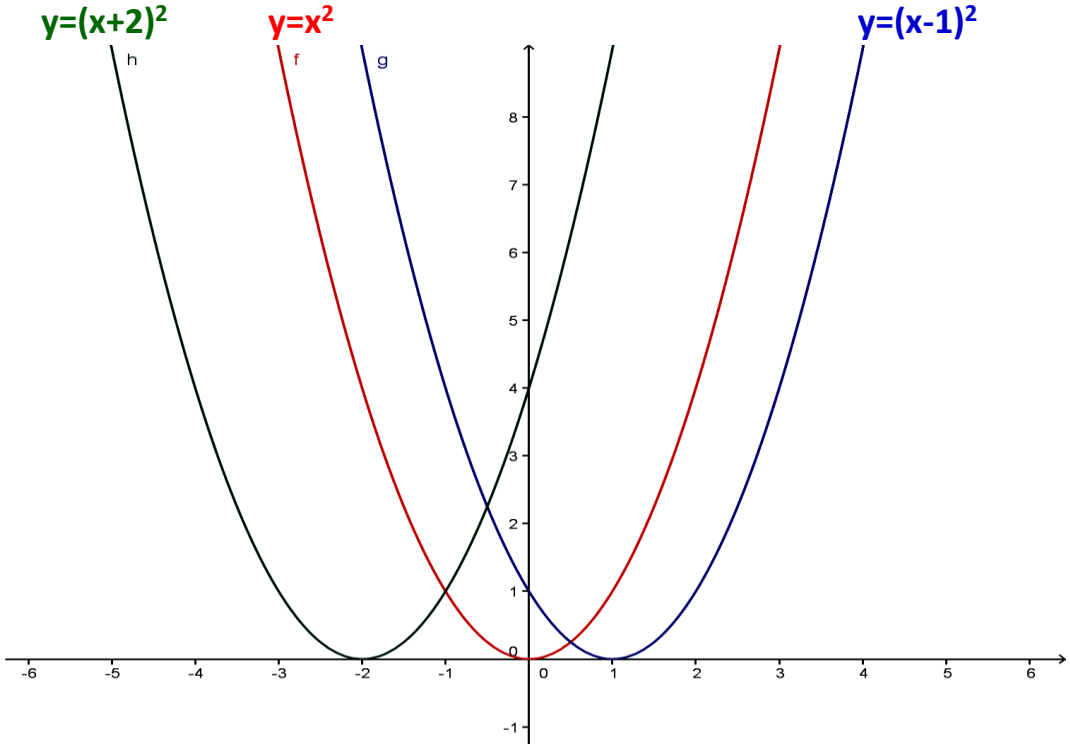
Sestrojte (do jednoho obrázku) grafy funkcí $y = x^2$; $y = (x – 1)^2$; $y = (x + 2)^2$

Druhou a třetí funkci umocníme, a určíme jejich vrcholy

$y = (x-1)^2 = x^2 – 2x + 1$ V= [1; 0] $y = (x+2)^2 = x^2 + 4x + 4$ V= [- 2; 0]

Sestavíme pro všechny tři dané funkce tabulku bodů

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3
x^2	16	9	4	1	0	1	4	9
$(x-1)^2$	25	16	9	4	1	0	1	4
$(x+2)^2$	4	1	0	1	4	9	16	25



Z tabulky i grafů je vidět, že všechny tři grafy jsou shodné, pouze jsou vůči sobě posunuté „ ve směru osy x“

Pokud jako základ vezmeme graf $y = x^2$, budou zbývající dva grafy vůči němu posunuté takto:

1) $y = (x - 1)^2$ je posunutý o 1
2) $y = (x + 2)^2$ je posunutý o - 2